

## 1 Équations différentielles linéaires

- a) Équations différentielles linéaires  $x' = a(t).x + b(t)$  d'inconnue  $x$  à valeurs dans un  $\mathbb{K}$ -e.v. de dimension finie, systèmes différentiels linéaires du premier ordre  $X' = A(t)X + B(t)$  d'inconnue  $X$  à valeurs dans  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K}) \approx \mathbb{K}^n$ . Problème de Cauchy.  
Structure affine de l'ensemble des solutions ; cas des équations homogènes, th. de Cauchy linéaire, dimension de l'espace des solutions ; condition initiale, unicité de la solution d'un problème de Cauchy linéaire.
- b) Exponentielle d'un endomorphisme ou d'une matrice, application à la résolution des systèmes homogènes à coefficients constants.  
Dans le cas où  $A$  est diagonalisable ou trigonalisable, résolution pratique des systèmes  $X' = AX$ .
- c) Équations différentielles linéaires scalaires d'ordre  $n$   $y^{(n)} = a_{n-1}(t)y^{(n-1)} + \dots + a_0(t)y + b(t)$  (en pratique  $n = 2$ ), système différentiel linéaire d'ordre 1 équivalent.  
Structure affine de l'ensemble des solutions ; cas des équations homogènes, th. de Cauchy linéaire, l'espace des solutions est de dimension  $n$  ; conditions initiales, unicité de la solution d'un problème de Cauchy.  
Quelques idées pour résoudre de telles équations : dév. en séries entières, variations des constantes, etc.

## 2 Calcul différentiel

- a) Dérivée selon un vecteur, dérivées partielles. Absence de lien entre la continuité et l'existence de dérivées selon des vecteurs.
- b) Fonctions différentiables en un point, différentielle en un point. Calcul de la différentielle grâce aux dérivées partielles, matrice jacobienne, gradient. Caractérisation des fonctions dont une dérivée partielle est constamment nulle.
- c) Th. d'opérations sur les fonctions différentiables (comb. lin., composition par une app. lin., par une app. multilinéaire), th. de composition (règle de la chaîne). Exemples de résolutions d'équations aux dérivées partielles. Dérivation le long d'un chemin, lignes de niveau, lignes de champ.