

\mathbb{K} désigne un sous-corps de \mathbb{C} (en fait n'importe quel corps).

1 Algèbre linéaire : révisions de Première Année

- Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels. Familles libres, liées, génératrices. Bases.
- Sommes de deux sous-espaces, sommes directes, sous-espaces supplémentaires.
- Dimension d'un e.v., dimension d'un s.e.v., rang d'une famille de vecteurs. Th. de la base incomplète, caractérisation des bases.
- Applications linéaires, noyau, image. Opérations sur les applications linéaires, algèbre $\mathcal{L}(E)$.
- Applications linéaires en dimension finie, matrice dans un couple de bases, cas des endomorphismes. Th. du rang et applications. Caractérisation des automorphismes en dimension finie.
- Opérations sur les matrices, algèbre $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Rang d'une matrice, matrices équivalentes. Matrices semblables. Trace. Caractérisation des matrices inversibles, calcul de l'inverse par l'algorithme de Gauss-Jordan.
- Formes linéaires. En dimension finie, systèmes d'équations d'un s.e.v.
- Déterminants.

2 Compléments

- Sommes de plusieurs s.e.v., sommes directes, sous-espaces supplémentaires.
- Polynômes annulateurs d'une matrice ou d'un endomorphisme en dimension finie, idéal annulateur, polynôme minimal. Applications : calcul de l'inverse, calcul des puissances.

3 Espaces vectoriels normés

Les espaces vectoriels considérés sont des espaces vectoriels sur $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} .

- Reprise du programme précédent : normes, parties bornées, suites, limites et continuité, continuité des applications linéaires, norme subordonnée.
- Intérieur d'une partie. Voisinages d'un point.
- Parties ouvertes ou fermées d'un e.v.n., diverses propriétés usuelles et caractérisations. Extension aux ouvertes ou fermés relatifs. Caractérisation des fonctions continues par les images réciproques d'ouverts ou de fermés.
- Valeurs d'adhérence d'une suite. En dimension finie, th. de Bolzano-Weierstrass. Parties compactes d'un e.v.n. (définition séquentielle uniquement), propriétés, caractérisation des compacts en dimension finie. Un s.e.v. de dimension finie est toujours fermé. Théorème des bornes atteintes, image continue d'un compact.
- Parties connexes par arc, composantes connexes par arc, exemples classiques (parties convexes ou étoilées). Théorème des valeurs intermédiaires, image continue d'un connexe par arc.

Questions de cours :

- si $f : E \rightarrow F$ est continue, alors l'image réciproque d'un fermé par f est un fermé
- toute matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ possède un polynôme minimal
- une matrice A est inversible si et s.si elle possède un polynôme annulateur P tel que $P(0) \neq 0$