

1 Intégrales généralisées

Reprise du programme 1

2 Espaces vectoriels normés

Les espaces vectoriels considérés sont des espaces vectoriels sur $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} .

- a) Reprise du programme précédent : normes, parties bornées, suites, limites et continuité, continuité des applications linéaires, norme subordonnée.
- b) Intérieur d'une partie. Voisinages d'un point.
- c) Parties ouvertes ou fermées d'un e.v.n., diverses propriétés usuelles et caractérisations. Extension aux ouvertes ou fermés relatifs. Caractérisation des fonctions continues par les images réciproques d'ouverts ou de fermés.

Questions de cours :

- a) montrer que $f \mapsto \|f\| = \sup_{x \in [0,1]} |f(x)|$ est une norme sur $C^0([0, 1], \mathbb{R})$
- b) montrer que $f \mapsto \|f\| = \int_0^1 |f|$ est une norme sur $C^0([0, 1], \mathbb{R})$
- c) pour f linéaire de E dans F , montrer l'équivalence des propositions suivantes
 - f est continue en 0
 - f est continue sur E
 - il existe $K > 0$ tel que pour tout $x \in E$, $\|f(x)\| \leq K\|x\|$
- d) si $f : E \rightarrow F$ est continue, alors l'image réciproque d'un fermé par f est un fermé.
- e) si $f : E \rightarrow F$ est continue, alors l'image réciproque d'un ouvert par f est un ouvert.