

1 Probabilités

- a) Dénombrabilité : présentation rapide.
- b) Espace probabilisé : définition d'une tribu, d'une probabilité. Principales propriétés, en particulier continuité monotone d'une probabilité, majoration de probabilité d'une réunion dénombrable d'événements.
Distribution de probabilité discrète sur un univers, existence et unicité de la probabilité qui suit une distribution de probabilité discrète. Cas des univers finis ou dénombrables.
- c) Probabilités conditionnelles : définition, formule des probabilités composées, système complet ou quasi-complet d'événements, formule des probabilités totales, formule de Bayes.
- d) Indépendance d'événements, lemme des coalitions sur les événements.

2 Variables aléatoires discrètes

Les variables aléatoires sont à valeurs dans un ensemble fini ou dénombrable.

- a) Variables aléatoires discrètes : définition ; loi d'une v.a.d. et lien avec la notion de distribution de probabilités ; dans le cas des v.a. réelles ou complexe, opérations sur les v.a.
- b) Espérance d'une v.a.d. : définition comme somme d'une famille sommable, principales propriétés, th. de transfert, inégalité de Markov.
- c) Variance : définition des moments d'une v.a., de la variance ; l'existence du moment d'ordre 2 implique celle du moment d'ordre 1, formule de Huyghens ; inégalité de Bienaymé-Tchebichev.
- d) Lois classiques : uniforme, de Bernoulli, binomiale, géométrique et de Poisson.
- e) Couples de variables aléatoires, loi conjointe, lois marginales, loi d'une variable aléatoire selon un événement ; covariance.
- f) Variables aléatoires indépendantes, espérance d'un produit, variance d'une somme. Suites de variables indépendantes identiquement distribuées (i.i.d.). Exemples de sommes de variables aléatoires indépendantes : somme de v.a. de Bernoulli i.i.d., somme de deux variables de Poisson indépendantes.
- g) Fonction génératrice d'une variable à valeurs dans \mathbb{N} : définition, la fonction génératrice est définie et continue sur $[-1, 1]$ au moins ; lien entre la dérivabilité en 1 (à gauche le cas échéant) et l'existence de l'espérance ; même chose avec la variance. Fonction génératrice d'une somme de variables indépendantes.