

1 Intégrales généralisées

- a) Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque.
- b) Pour une fonction f continue par morceaux sur $[a, +\infty[$, convergence ou divergence de l'intégrale $\int_a^{+\infty} f$. Principales propriétés : indépendance par rapport au choix de a , linéarité sous des hypothèses de convergence, positivité, croissance.
Cas des fonctions positives : croissance de $x \mapsto \int_a^x f$, CNS sur cette fonction pour que l'intégrale converge ; th. de comparaison pour les fonctions positives ; comparaison série-intégrale ; lien entre la convergence de $\int_a^{+\infty} f$ et $\sum_{n \geq 0} \int_{u_n}^{u_{n+1}} f$ pour u suite croissante, divergeant vers $+\infty$.
- c) Convergence d'autres types d'intégrales, extension des résultats.
- d) Exemples de référence : nature des intégrales $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$, $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$, $\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$, $\int_0^1 \ln t dt$.
- e) Changement de variable dans une intégrale généralisée. Intégration par parties.
- f) Convergence absolue d'une intégrale. La convergence absolue entraîne la convergence. Fonctions intégrables sur un intervalle.
- g) Intégration des relations de comparaisons.

2 Intégrales à paramètre

- a) Th. de convergence dominée.
- b) Th. d'intégration terme à terme d'une série de fonctions.
- c) Th. de continuité sous le signe intégral.
- d) Th. de dérivation sous le signe intégral : cas des fonctions C^1 , extension aux fonctions C^k ou C^∞ .
- e) Domination locale.