

## 1 Intégrales généralisées

- a) Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque.
- b) Pour une fonction  $f$  continue par morceaux sur  $[a, +\infty[$ , convergence ou divergence de l'intégrale  $\int_a^{+\infty} f$ . Principales propriétés : indépendance par rapport au choix de  $a$ , linéarité sous des hypothèses de convergence, positivité, croissance.
- Cas des fonctions positives : croissance de  $x \mapsto \int_a^x f$ , CNS sur cette fonction pour que l'intégrale converge ; th. de comparaison pour les fonctions positives ; comparaison série-intégrale ; lien entre la convergence de  $\int_a^{+\infty} f$  et  $\sum_{n \geq 0} \int_{u_n}^{u_{n+1}} f$  pour  $u$  suite croissante, divergeant vers  $+\infty$ .
- c) Convergence d'autres types d'intégrales, extension des résultats.
- d) Exemples de référence : nature des intégrales  $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$ ,  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$ ,  $\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$ ,  $\int_0^1 \ln t dt$ .
- e) Changement de variable dans une intégrale généralisée. Intégration par parties.
- f) Convergence absolue d'une intégrale. La convergence absolue entraîne la convergence. Fonctions intégrables sur un intervalle.
- g) Intégration des relations de comparaisons.