

\mathbb{K} désigne un sous-corps de \mathbb{C} (en fait n'importe quel corps).

1 Algèbre linéaire : révisions de Première Année

- Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels. Familles libres, liées, génératrices. Bases.
- Sommes de deux sous-espaces, sommes directes, sous-espaces supplémentaires.
- Dimension d'un e.v., dimension d'un s.e.v., rang d'une famille de vecteurs. Th. de la base incomplète, caractérisation des bases.
- Applications linéaires, noyau, image. Opérations sur les applications linéaires, algèbre $\mathcal{L}(E)$.
- Applications linéaires en dimension finie, matrice dans un couple de bases, cas des endomorphismes. Th. du rang et applications. Caractérisation des automorphismes en dimension finie.
- Opérations sur les matrices, algèbre $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Rang d'une matrice, matrices équivalentes. Matrices semblables. Trace. Caractérisation des matrices inversibles, calcul de l'inverse par l'algorithme de Gauss-Jordan.
- Formes linéaires. En dimension finie, systèmes d'équations d'un s.e.v.
- Déterminants.

2 Compléments

- Sommes de plusieurs s.e.v., sommes directes, sous-espaces supplémentaires.
- Polynômes annulateurs d'une matrice ou d'un endomorphisme en dimension finie, idéal annulateur, polynôme minimal. Applications : calcul de l'inverse, calcul des puissances.
- Calculs par blocs, diverses définitions et propriétés.

3 Intégrales généralisées

- Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque.
- Pour une fonction f continue par morceaux sur $[a, +\infty[$, convergence ou divergence de l'intégrale $\int_a^{+\infty} f$. Principales propriétés : indépendance par rapport au choix de a , linéarité sous des hypothèses de convergence, positivité, croissance.
Cas des fonctions positives : croissance de $x \mapsto \int_a^x f$, CNS sur cette fonction pour que l'intégrale converge ; th. de comparaison pour les fonctions positives ; comparaison série-intégrale ; lien entre la convergence de $\int_a^{+\infty} f$ et $\sum_{n \geq 0} \int_{u_n}^{u_{n+1}} f$ pour u suite croissante, divergeant vers $+\infty$.
- Convergence d'autres types d'intégrales, extension des résultats.
- Exemples de référence : nature des intégrales $\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t} dt$, $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$, $\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$, $\int_0^1 \ln t dt$.
- Changement de variable dans une intégrale généralisée. Intégration par parties.